Marek Chmielewski

**Struktury Danych i Złożoność Obliczeniowa**

**Zadanie projektowe numer 1**

**Badanie efektywności operacji na danych w podstawowych strukturach danych**

Prowadzący: dr inż. Dariusz Banasiak

Grupa: 15:15 wtorek tydzień Parzysty

**Cel eksperymentu:**  
Celem eksperymentu jest sprawdzenie czy implementacja C++ algorytmów grafowych jest zgodna z ich złożonością czasową w teorii.  
Dodatkowym celem będzie porównanie dwóch rodzajów przechowywania grafu, macierzy incydencji oraz listy krawędzi.  
  
**Plan eksperymentu:  
Przechowywanie struktur** – Wszystkie struktury mam zamiar przechowywać w tablicach lub macierzach. W ten sposób różnice między dwoma metodami przechowywania grafu będą wynikały jedynie z tych metod, a nie z różnego czasu dostępu do danych w np. liście i tablicy.  
**Rodzaje struktur** – W tym eksperymencie graf będę przechowywał z listą incydencji oraz osobną tablicą przechowującą wagi oraz listą poprzedników następników pod postacią listy krawędzi grafu.   
**Generowanie Grafu** – Graf jest generowany poprzez dodanie po kolei kolejnych wierzchołków. Dodanie poszczególnego wierzchołka oznacza dodanie go do zmiennej zapamiętującej ilość wierzchołków i dodanie krawędzi z losowego wierzchołka do nowo dodanego. Dzięki temu graf zawsze będzie spójny z wierzchołka 0, nawet przy jednokierunkowych krawędziach.  
**Krawędzie** – Krawędzie są zawsze zapisywane jako jednokierunkowe. Jednak algorytmy Prima i Kruskala nie rozróżniają między początkiem i końcem krawędzi.

**Wielkość struktur** – Czas będzie mierzony dla grafach o gęstości 0.25,0.5,0.75,0.99. Dla każdej gęstości grafy sprawdzony będzie wynik dla struktury o wielkości 50,100,150,200,250.

Bibliografia:  
https://en.wikipedia.org/wiki/Prim%27s\_algorithm  
<https://en.wikipedia.org/wiki/Kruskal%27s_algorithm>  
<https://en.wikipedia.org/wiki/Dijkstra%27s_algorithm>  
<https://en.wikipedia.org/wiki/Bellman–Ford_algorithm>

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **Wyniki Eksperymentu (w nanosekundach)** | | | | |
|  | **Macierz Incydencjie** | | **Algorytm Prima** | |  |
|  | 0,25 | Gęstość | 10464137,69 | Średnia dla Gęstości | |
| **Wielkości** | 50 | 100 | 150 | 200 | 250 |
| **Średnie** | 266214,59 | 2073687,13 | 5656195,84 | 14981489,28 | 29343101,6 |
|  | 0,75 | Gęstość | 50842269,06 | Średnia dla Gęstości | |
| **Wielkości** | 50 | 100 | 150 | 200 | 250 |
| **Średnie** | 962978,63 | 4834069,55 | 18352777,89 | 75226661,82 | 154834857,4 |
|  | 0,5 | Gęstość | 27800690,03 | Średnia dla Gęstości | |
| **Wielkości** | 50 | 100 | 150 | 200 | 250 |
| **Średnie** | 517798,26 | 4984103,12 | 13097320,44 | 44921247,13 | 75482981,18 |
|  | 0,99 | Gęstość | 53147947,67 | Średnia dla Gęstości | |
| **Wielkości** | 50 | 100 | 150 | 200 | 250 |
| **Średnie** | 856991,62 | 8760467,72 | 25891012,32 | 60048660,24 | 170182606,5 |
| **Średnie wiel.** | 650995,775 | 5163081,88 | 15749326,62 | 48794514,62 | 107460886,7 |
|  | **Lista Krawędzi** | | **Algorytm Primma** | |  |
|  | 0,25 | Gęstość | 18500799,27 | Średnia dla Gęstości | |
| **Wielkości** | 50 | 100 | 150 | 200 | 250 |
| **Średnie** | 380248,06 | 3004881,97 | 9789634,18 | 27531981,94 | 51797250,19 |
|  | 0,5 | Gęstość | 32620773,72 | Średnia dla Gęstości | |
| **Wielkości** | 50 | 100 | 150 | 200 | 250 |
| **Średnie** | 884316,55 | 6058047,11 | 20543542,59 | 42502511,53 | 93115450,8 |
|  | 0,75 | Gęstość | 55881720,23 | Średnia dla Gęstości | |
| **Wielkości** | 50 | 100 | 150 | 200 | 250 |
| **Średnie** | 904793,1 | 9465166,88 | 35964706,62 | 82038184,35 | 151035750,2 |
|  | 0,99 | Gęstość | 65589920,39 | Średnia dla Gęstości | |
| **Wielkości** | 50 | 100 | 150 | 200 | 250 |
| **Średnie** | 1379982,91 | 11301862,61 | 49045729,35 | 88327338,31 | 177894688,8 |
| **Średnie wiel.** | 887335,155 | 7457489,643 | 28835903,19 | 60100004,03 | 118460785 |
|  | **Macierz incydencji** | | **Algorytm Kruskala** | |  |
|  | 0,25 | Gęstość | 52112752,37 | Średnia dla Gęstości | |
| **Wielkości** | 50 | 100 | 150 | 200 | 250 |
| **Średnie** | 381118,49 | 4063552,89 | 19815550,32 | 66399094,32 | 169904445,8 |
|  | 0,5 | Gęstość | 219379072,8 | Średnia dla Gęstości | |
| **Wielkości** | 50 | 100 | 150 | 200 | 250 |
| **Średnie** | 1129734,03 | 15207960,62 | 84148102,41 | 281420386,8 | 714989180,3 |
|  | 0,75 | Gęstość | 510112367,3 | Średnia dla Gęstości | |
| **Wielkości** | 50 | 100 | 150 | 200 | 250 |
| **Średnie** | 2289742,65 | 35332517,99 | 195376183,5 | 655968203,6 | 1661595189 |
|  | 0,99 | Gęstość | 902679855,9 | Średnia dla Gęstości | |
| **Wielkości** | 50 | 100 | 150 | 200 | 250 |
| **Średnie** | 3798288,31 | 64547674,64 | 352688581 | 1165954116 | 2926410619 |
| **Średnie wiel.** | 1899720,87 | 29787926,54 | 163007104,3 | 542435450,2 | 1368224859 |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **Wyniki Eksperymentu (w nanosekundach)** | | | | |
|  | **Lista Krawędzi** | | **Algorytm Kruskala** | |  |
|  | 0,25 | Gęstość | 46803120,95 | Średnia dla Gęstości | |
| **Wielkości** | 50 | 100 | 150 | 200 | 250 |
| **Średnie** | 354452,48 | 3584363,13 | 17144623,13 | 57966212,97 | 154965953,1 |
|  | 0,5 | Gęstość | 206691966,8 | Średnia dla Gęstości | |
| **Wielkości** | 50 | 100 | 150 | 200 | 250 |
| **Średnie** | 1051561,95 | 13624098,78 | 75318795,57 | 263269037,6 | 680196340,3 |
|  | 0,75 | Gęstość | 484431204,1 | Średnia dla Gęstości | |
| **Wielkości** | 50 | 100 | 150 | 200 | 250 |
| **Średnie** | 2232442,65 | 31151441,62 | 183933414,2 | 622707461,8 | 1582131260 |
|  | 0,99 | Gęstość | 865105446,1 | Średnia dla Gęstości | |
| **Wielkości** | 50 | 100 | 150 | 200 | 250 |
| **Średnie** | 3625583,59 | 57759263,18 | 333124737,7 | 1119971903 | 2811045742 |
| **Średnie wiel.** | 1816010,168 | 26529791,68 | 152380392,6 | 515978654 | 1307084824 |
|  | **Macierz Incydencji** | | **Algorytm Djikstry** | |  |
|  | 0,25 | Gęstość | 3000886,284 | Średnia dla Gęstości | |
| **Wielkości** | 50 | 100 | 150 | 200 | 250 |
| **Średnie** | 49243,24 | 405206,81 | 1433624,14 | 3631311,13 | 9485046,1 |
|  | 0,5 | Gęstość | 7743188,048 | Średnia dla Gęstości | |
| **Wielkości** | 50 | 100 | 150 | 200 | 250 |
| **Średnie** | 98938,8 | 817023,6 | 2998848,08 | 9689431,46 | 25111698,3 |
|  | 0,75 | Gęstość | 12989347,57 | Średnia dla Gęstości | |
| **Wielkości** | 50 | 100 | 150 | 200 | 250 |
| **Średnie** | 147533,53 | 1267986,68 | 4944231,95 | 18593004,18 | 39993981,49 |
|  | 0,99 | Gęstość | 17558603 | Średnia dla Gęstości | |
| **Wielkości** | 50 | 100 | 150 | 200 | 250 |
| **Średnie** | 197820,79 | 1675844,23 | 6706858,41 | 23938594,52 | 55273897,05 |
| **Średnie wiel.** | 123384,09 | 1041515,33 | 4020890,645 | 13963085,32 | 32466155,74 |
|  | **Lista Krawędzi** | | **Algorytm Djikstry** | |  |
|  | 0,25 | Gęstość | 1160778,494 | Średnia dla Gęstości | |
| **Wielkości** | 50 | 100 | 150 | 200 | 250 |
| **Średnie** | 33446,79 | 219595,83 | 708779,86 | 1647787,75 | 3194282,24 |
|  | 0,5 | Gęstość | 2346381,896 | Średnia dla Gęstości | |
| **Wielkości** | 50 | 100 | 150 | 200 | 250 |
| **Średnie** | 62891,59 | 438420,78 | 1412903,39 | 3328348,12 | 6489345,6 |
|  | 0,75 | Gęstość | 3450318,754 | Średnia dla Gęstości | |
| **Wielkości** | 50 | 100 | 150 | 200 | 250 |
| **Średnie** | 90854,5 | 90854,5 | 2119726,43 | 4954376,51 | 9995781,83 |
|  | 0,99 | Gęstość | 4610267,766 | Średnia dla Gęstości | |
| **Wielkości** | 50 | 100 | 150 | 200 | 250 |
| **Średnie** | 120097,25 | 858771,34 | 2834760,97 | 6664865,19 | 12572844,08 |
| **Średnie wiel.** | 76822,5325 | 401910,6125 | 1769042,663 | 4148844,393 | 8063063,438 |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **Wyniki Eksperymentu (w nanosekundach)** | | | | |
|  | **Macierz Incydencji** | | **Algorytm Bellmana** | |  |
|  | 0,25 | Gęstość | 522759976,8 | Średnia dla Gęstości | |
| **Wielkości** | 50 | 100 | 150 | 200 | 250 |
| **Średnie** | 2165808,14 | 36008706,43 | 185791015,4 | 687135818 | 1702698536 |
|  | 0,5 | Gęstość | 1174295394 | Średnia dla Gęstości | |
| **Wielkości** | 50 | 100 | 150 | 200 | 250 |
| **Średnie** | 4315273 | 73109991,69 | 374249967,9 | 1567987610 | 3851814128 |
|  | 0,75 | Gęstość | 1750926888 | Średnia dla Gęstości | |
| **Wielkości** | 50 | 100 | 150 | 200 | 250 |
| **Średnie** | 6695410,14 | 110017995,8 | 610218666,6 | 2262604526 | 5765097841 |
|  | 0,99 | Gęstość | 2488541605 | Średnia dla Gęstości | |
| **Wielkości** | 50 | 100 | 150 | 200 | 250 |
| **Średnie** | 8950776,63 | 145865774,9 | 828475887,5 | 3175947471 | 8283468114 |
| **Średnie wiel.** | 5531816,978 | 91250617,22 | 499683884,4 | 1923418857 | 4900769655 |
|  | **Lista Krawędzi** | | **Algorytm Bellmana** | |  |
|  | 0,25 | Gęstość | 1381899,43 | Średnia dla Gęstości | |
| **Wielkości** | 50 | 100 | 150 | 200 | 250 |
| **Średnie** | 61008,59 | 456951,84 | 1528941,93 | 1647216,02 | 3215378,77 |
|  | 0,5 | Gęstość | 5096688,842 | Średnia dla Gęstości | |
| **Wielkości** | 50 | 100 | 150 | 200 | 250 |
| **Średnie** | 118598,33 | 909901,54 | 3045596,25 | 7219256,26 | 14190091,83 |
|  | 0,75 | Gęstość | 7631330,838 | Średnia dla Gęstości | |
| **Wielkości** | 50 | 100 | 150 | 200 | 250 |
| **Średnie** | 173045,09 | 1359349,96 | 4572564,13 | 10880098,36 | 21171596,65 |
|  | 0,99 | Gęstość | 10041558,33 | Średnia dla Gęstości | |
| **Wielkości** | 50 | 100 | 150 | 200 | 250 |
| **Średnie** | 229047,62 | 1790247,38 | 6051280,32 | 14426540,49 | 27710675,85 |
| **Średnie wiel.** | 145424,9075 | 1129112,68 | 3799595,658 | 8543277,783 | 16571935,78 |
|  | **Wielkości struktur podane są w ilości wierzchołków** | | | |  |
|  | **Gęstości podane są w ich odczynniku 2\*e / v(v-1)** | | | |  |

Dodatkowe wykresy dla Algorytmu Bellmana i Listy Krawędzi  
  
Różnica między dwoma roziązaniami była za duża by móc dokładnie spojżeć na obydwa i określić ich złożoności. Jednkocześnie zachowuje wykres z oboma rozwiązaniami by pokazać różnice w czasie.

**Obserwacje:  
\*Należy pamiętać że wielkość struktur oznacza zwiększoną liczbe wieszchołków i krawędzi gdzie gęstość oznacza jedynie krawędzie bez wierzchołków, nie mamy wykresu dla zwiększenia samych wierzchołków.  
Algorytm Primma-** Złożoność O(E\*logV) dla listy krawędzi i O(V^2) dla macierzy incydencji  
Gdzie V (vertex) to ilość wierzchołków E(edge) ilość krawędzi.  
-Widzimy dużą rozbieżność wyników w obojgu przypoadków przy porównaniu jej do gęstości.  
-W porównaniu do wielkości grafu, widocznym jest zbliżenie linii Listy Krawędzi do linii prostej.  
**Algorytm Kruskala-** O(E\*logV) dla obydwu przypadków. Jednak utworzenie tablicy posortowanych krawędzi zajmnie dodatkowe O(E^2) (wykorzystuje Bubble Sort).   
-Widzimy linie gęstości sugerującą podany wzór złożoności  
-Widzimy że w stosunku do wielkości grafu dominuje bardzie złożoność Bubblesort.  
**Algorytm Djikstry-** Najgorszy przypadek O(E+V\*logV)  
-Widzimy że przy wyłączeniu wzrostu ilośći wierzchołków wykres wzrasta w linii widocznie liniowej (wyłączyliśmy ze wzoru V\*logV)  
-Widzimy również że w przypadku wielkości grafu wykresy zgodne jest to ze złożonością  
**Algorytm Bellmana-** Najgorszy przypadek O(E\*V)  
-W porównaniu do gęstości linia wykraesu przypomina linie prostą.  
-W wielkości grafu dla którego można uznać V = x\*E gdzie x jest stałą, widzimy wykres podobny do kwadratu liczby co było by zgodne ze złożonością.

**Wnioski**:  
**Złożoności:**Udało nam się we wszystkich przypadkach poza algorytmem Primma udowodnić bez większych wątpliwości znaleść wyniki popierające złożoności obliczeniowe. Czy przez wyłączenie V z ich złożoności czy też spojżenie na nie w przypadku gdzie V=x\*E gdzie x jest stałą.  
**Przypadek Algorytmu Primma** - Nasze wyniki w porównaniu do ilości wierzchołków są zgodne ze złożonością obliczeniową. Wyniki przy pominięcie ilości wierzchołków również są poprawne i udowadniają złożoności. Dla listy krawędzi O(E\*logV) i pominięciu V linia faktycznei zaczyna przypominać prostą. Dla macierzy incydencji i O(V^2) wykres nie ma sensu i jest to zgodne ze złożonością. Wykres po wyłączeniu najważniejszego elementu przestaje być zależny od czegokolwiek i przestaje mnieć sens.  
**Szybkości:**Dla algorytmów MST obydwa algorytmy pełniły swoją funkcje z podobna prędkością dla w miare dużych wielkości grafów.  
Jednak dla algorytmów najkrótszej ścieżki widocznym jest zwiększenie szybkości przy użyciu Listy Krawędzi. Zgadza się to z natury dwóch algorytmów i z tego ile czasy potrzeba na znalezienie krawędzi w macierzy incydencji.